

# Prova scritta di Statistica di base, corso di laurea in Scienze Aziendali

10 gennaio 2023

Nome e Cognome:

Matricola:

**Avvertenze:** L'esame consta di 2 parti: parte A (punteggio massimo 10 punti), con 10 domande a risposta multipla (per superare la prova occorre rispondere correttamente ad almeno 6 domande); parte B (punteggio massimo 20 punti), costituita da tre esercizi di 7, 10 e 3 punti rispettivamente. Voto massimo conseguibile: 30; la prova scritta è superata con un voto almeno pari a 18.

Nei quesiti della parte A cerchiare la lettera corrispondente alla risposta selezionata. Negli esercizi della parte B riportare i risultati nello spazio vuoto sottostante ciascun quesito.

---

## Parte A

- Per un carattere qualitativo  $X$ 
  - è possibile determinare moda e mediana
  - la mediana è sempre positiva
  - è possibile valutare un indice di eterogeneità
- Due eventi  $A$  e  $B$  sono indipendenti se
  - $A \cap B = A \cdot B$
  - $P(B|A) = P(B)$
  - $P(A \cup B) > P(A) + P(B)$
- In una distribuzione di frequenze con dati raggruppati in classi, la moda corrisponde a
  - la classe con frequenza più elevata
  - la frequenza più elevata
  - nessuna delle precedenti
- Nella retta di regressione  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$ , per  $i = 1, \dots, N$  il coefficiente di determinazione è ottenuto tramite il rapporto tra
  - la covarianza tra  $X$  ed  $Y$  ed il prodotto delle rispettive deviazioni standard
  - la devianza spiegata e la devianza di  $Y$
  - la covarianza tra  $X$  ed  $Y$  e la varianza di  $X$
- Sia  $X$  una variabile Normale di parametri  $\mu_X$  e  $\sigma_X^2$ , allora  $Y = a + bX$ 
  - si distribuisce sempre come una variabile Normale standard
  - si distribuisce sempre come una variabile Normale
  - non è possibile dire quale sia la sua distribuzione
- Si considerino due dadi regolari, uno a 6 facce e uno a 20 facce, la probabilità di ottenere un multiplo di tre è
  - maggiore lanciando il dado a 6 facce
  - maggiore lanciando il dado a 20 facce
  - uguale che si lanci il dado a 6 o a 20 facce
- Nella verifica delle ipotesi, l'errore di prima specie
  - si verifica quando si rifiuta l'ipotesi nulla quando essa è vera
  - si verifica quando non si rifiuta l'ipotesi nulla quando è vera l'alternativa
  - è la probabilità di rifiutare l'ipotesi nulla quando è vera l'alternativa
- Nella prima popolazione il reddito  $X$  osservato su 9 unità ha fornito i seguenti valori  
2 2 3 3 4 5 6 7 9  
Nella seconda popolazione il reddito  $Y$  osservato su 9 unità ha fornito i seguenti valori  
4 4 6 6 8 10 12 14 18  
Ne segue che
  - $\mu_X = \mu_Y$
  - $\sigma_X^2 = 2 \cdot \sigma_Y^2$
  - gli indici di concentrazione coincidono
- L'ampiezza di un intervallo di confidenza per la media
  - aumenta al crescere del livello di confidenza
  - aumenta al crescere della numerosità campionaria
  - aumenta al diminuire della variabilità della popolazione
- Se il carattere  $X$  è indipendente in media da  $Y$  allora
  - anche  $Y$  è indipendente in media da  $X$
  - le medie parziali di  $X$  sono tutte uguali tra di loro
  - entrambi i caratteri sono quantitativi

## Parte B

1. **(vale 7 punti.)** Si consideri la seguente distribuzione di 60 individui secondo il sesso (variabile  $X$ ) e la percentuale del proprio tempo attivo dedicata ad attività sportive (variabile  $Y$ ):

| $Y \setminus X$ | Femmine | Maschi | Totale |
|-----------------|---------|--------|--------|
| 2 – 10          | 9       | 9      | 18     |
| 10 – 30         | 3       | 21     | 24     |
| 30 – 50         | 3       | 15     | 18     |
| Totale          | 15      | 45     | 60     |

I quesiti che seguono fanno riferimento alla tabella precedente.

- (a) Indicare le frequenze che dovremmo attenderci nella seconda riga della tabella, sotto l'ipotesi di indipendenza distributiva.
- (b) Indicare la frequenza relativa di individui che dedicano tra il 30% e il 50% del proprio tempo all'attività sportiva, per il sottoinsieme dei maschi.
- (c) Valutare il grado di dipendenza in media di  $Y$  da  $X$ , sapendo che la varianza di  $Y$  vale 175.56, mentre la percentuale di tempo attivo mediamente dedicata all'attività sportiva vale: 21.8 per il complesso dei 60 individui, 15.6 per le femmine e 23.86 per i maschi.
- (d) Supponendo che la variabile  $Y$  segua una distribuzione  $N(\mu_Y; \sigma_Y^2)$ , determinare la numerosità campionaria necessaria affinché l'ampiezza dell'intervallo di confidenza per  $\mu_Y$  al 95% sia inferiore a  $\sigma_Y \setminus 4$ , essendo  $\sigma_Y$  la deviazione standard di popolazione.

2. **(vale 10 punti)** Relativamente a 10 studenti che hanno superato un esame universitario, si dispone delle seguenti informazioni sulle ore di studio (variabile  $X$ ) e il voto conseguito (variabile  $Y$ , espressa in trentesimi):

|       |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $i$   | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| $x_i$ | 150 | 210 | 170 | 170 | 150 | 140 | 130 | 150 | 130 | 160 |
| $y_i$ | 21  | 28  | 23  | 23  | 21  | 22  | 19  | 21  | 18  | 24  |

- (a) Stimare l'equazione della retta che esprime  $Y$  in funzione di  $X$ , determinare la devianza residua e misurare il grado di adattamento della retta ai dati.
- (b) E' stato osservato un campione casuale di 150 studenti che ha riportato un voto medio 24.51 con varianza corretta 16.24. Stabilire se il voto mediamente conseguito nella popolazione di riferimento possa ritenersi pari a 24 oppure più elevato, al livello di significatività dell'1.7%. Determinare, infine, il livello di significatività osservato (p-value) del test.
- 

3. **(vale 3 punti)** Per gli studenti iscritti ad un determinato corso di laurea, la probabilità di superare l'esame A vale 0.75, la probabilità di superare l'esame B vale 0.83, mentre quella di superare entrambi gli esami nella stessa sessione vale 0.70.

- (a) Calcolare la probabilità che uno studente superi almeno un esame.
- (b) Calcolare la probabilità che uno studente non superi alcun esame.
- (c) Calcolare la probabilità che, prendendo a caso 5 studenti, ve ne sia almeno uno che non abbia superato alcun esame.

**Tabella 1: Tavola di probabilità della distribuzione  $N(0, 1)$ :  $\Phi(z) = P(Z \leq z)$**

| $z$ | 0      | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5    | 0,504  | 0,508  | 0,512  | 0,516  | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,591  | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,648  | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,67   | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,695  | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,719  | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,758  | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,791  | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,834  | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,877  | 0,879  | 0,881  | 0,883  |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,898  | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,937  | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,975  | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,983  | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,985  | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,989  |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,992  | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,994  | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,996  | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,997  | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,998  | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,999  | 0,999  |
| 3,1 | 0,999  | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |